数学実力チェックテスト

2019.4.4

次の式を展開しなさい。

$(x+y+1)(x+y+2)$

次の式を因数分解しなさい。

$6x^2-7xy-3y^2-x+7y-2$

$(ax-b)(x+1)=2x^2$-$x-3$を満たすa,bを求めなさい。

$\sin(A-B)$を加法定理を使って表しなさい。

$y=cos^2x$のグラフを図示しなさい。

z_1=$1+3i$, $z_2=2-i$のとき、z_1z_2と$\frac{z_2}{z_1}$を計算しなさい。

$\overrightarrow{a}=(2,3)$, $\overrightarrow{b}=(4,-1)$ で与えられるとき、次の等式を満たすC_1およびC_2を求めなさい。

$$C_1\overrightarrow{a}+C_2\overrightarrow{b}=(1,1)$$

$y=sinx$と$y=-cosx$で囲まれる部分の面積を求めなさい。
ただし、$-\pi \leqq x \leqq \pi$とする。

行列 $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値を求めなさい。

袋の中に赤玉5個と白玉4個が入っている。袋の中から同時に2個の玉を取り出すとき、2個の玉が異なる色となる確率を求めなさい。

数学実力チェックテスト

2019.4.4

次の式を展開しなさい。

$(x+y+1)(x+y+2)$

$=(x+y)^2+3(\mathrm{x}+\mathrm{y})+2$

$=x^2+y^2+2xy+3x+3\mathrm{y}+2$

次の式を因数分解しなさい。

$6x^2-7xy-3y^2-x+7y-2$

$=6x^2-(7y+1)x-3y^2+7y-2$

$=6x^2-(7y+1)x-(3y-1)(y-2)$

$=(2x-3y+1)(3x+y-2)$

$(ax-b)(x+1)=2x^2-x-3$を満たすa,bを求めなさい。

$ax^2-(b-a)x-b=2x^2-x-3$

xの2次の係数と定数項を比較することにより

$a=2$ ， $b=3$

$\sin(A-B)$を加法定理を使って表しなさい。

$\sin(A-B)=sinAcosB-cosAsinB$

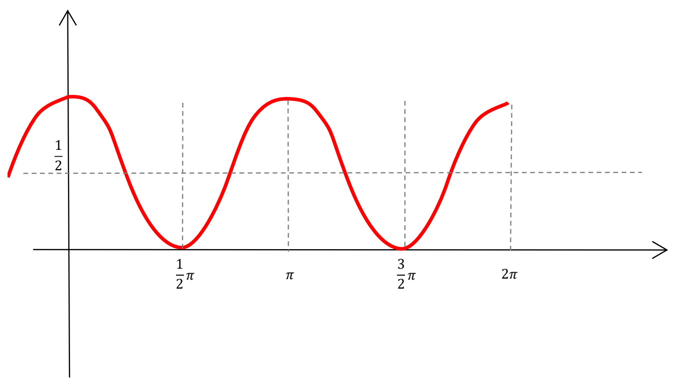
$y=cos^2x$のグラフを図示しなさい。

$y=cos^2x$

$=\frac{1+cos2x}{2}$

$=\frac{1}{2}cos2x+\frac{1}{2}$

と変形することにより、$y=\frac{1}{2}cos2x$のグラフをy軸方向へ$\frac{1}{2}$平行移動した図となる。



z_1=$1+3i$ ， $z_2=2-i$のとき、z_1z_2と$\frac{z_2}{z_1}$を計算しなさい。

z_1z_2=$(1+3i)(2-i)$
=$2-i+6i-3i^2$
=$\{2+(-3)(-1)\}$+$i(-1+6)$
=$5-5i$

$\frac{z_2}{z_1}$=$\frac{2-i}{1+3i}$

=$\frac{(2-i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}$

=$\frac{2-6i-i-3}{1^2+3^2}$

=$\frac{-1-7i}{10}=-\frac{1}{10}-\frac{7}{10}i$

$\vec{a}=(2,3)$, $\vec{b}=(4,-1)$ で与えられるとき、次の等式を満たすC_1およびC_2を求めなさい。

$$C_1\vec{a}+C_2\vec{b}=(1,1)$$

$C_1\vec{a}+C_2\vec{b}$ $=C_1(2,3)+C_2(4,-1)$
$=(2C_1$+$4C_2$,$3C_1-C_2)$

両辺のx成分と y 成分を比較することにより、

$2C_1+4C_2=1$

$3C_1-C_2=1$

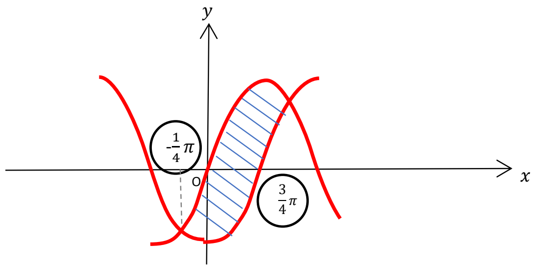
$C_1=\frac{15}{42}$,
$C_2=\frac{1}{14}$

$y=sinx$と$y=-cosx$で囲まれる部分の面積を求めなさい。
ただし、$-\pi\leqq x\leqq\pi$とする。

2つのグラフの交点を求める。

$sinx=-cosx$
$sinx+cosx=0$
$\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$

この三角方程式の解を$-\pi\leqq x\leqq\pi$の範囲で求めると、
$x=-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}$



$$S=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\left(sinx-(-cosx)\right)dx$$

$$=[-cosx+sinx]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}$$

$$=2\sqrt{2}$$

行列$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$の固有値を求めなさい。

固有値をkとすると、行列の固有値の定義から

$$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix}\vec{u}=\mathrm{k}\,\vec{u}$$

$$\begin{pmatrix}1-k & 3\\ 2 & 2-k\end{pmatrix}\quad=O(\text{零行列})$$

上式を満たすためには左辺の行列式が0になればよい。

$$\det(\begin{pmatrix}1-k & 3\\ 2 & 2-k\end{pmatrix})=(1-k)(2-k)-3\times 2=0$$

$$k^2\text{-}3k-4=0$$

$$((\mathrm{k}+1)(k-4)=0$$

ゆえに固有値は $k=-1,4$

袋の中に赤玉5個と白玉4個が入っている。袋の中から同時に2個の玉を取り出すとき、2個の玉が異なる色となる確率を求めなさい。

袋の中9個の中から2個を取り出す場合の数は${}_9C_2$=36通り

また、赤玉5個と白玉4個の中から1個ずつ玉を取り出すと異なる玉を取り出せる。

この場合の数は$4\times 5=20$通り

したがって確率Pは、$P=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$