

2倍角の公式

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

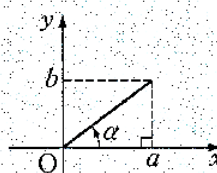
半角の公式

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}, \quad \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

三角関数の合成

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$

$$\text{ただし, } \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



和と積の公式

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \}$$

また、上の式で $\alpha + \beta = A$, $\alpha - \beta = B$ とおくと、 $\alpha = \frac{A+B}{2}$, $\beta = \frac{A-B}{2}$

左辺と右辺を入れ換えると次の式を導くことができる。

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

問題1

(1) $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$, $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき, $\cos 2\theta$, $\sin 2\theta$, $\tan \frac{\theta}{2}$ の値を求めよ。

(2) $t = \tan \frac{\theta}{2}$ のとき, 次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\sin \theta = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \tan \theta = \frac{2t}{1-t^2} \quad (t \neq \pm 1)$$

問題2

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 次の方程式, 不等式を解け。

$$\sin 2\theta = \cos \theta$$

問題3 $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、次の方程式を解け。

$$\sin 2\theta + \sin 3\theta + \sin 4\theta = 0$$

問題4

(1) 積 \rightarrow 和, 和 \rightarrow 積の公式を用いて, 次の値を求めよ。

(ア) $\sin 75^\circ \cos 15^\circ$ (イ) $\sin 75^\circ + \sin 15^\circ$

(2) $\triangle ABC$ において, 次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

問題5

次の式を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ。ただし、 $r > 0$, $-\pi < \alpha \leq \pi$ とする。

(1) $\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta$ (2) $\sin \theta - \cos \theta$ (3) $2 \sin \theta + 3 \cos \theta$