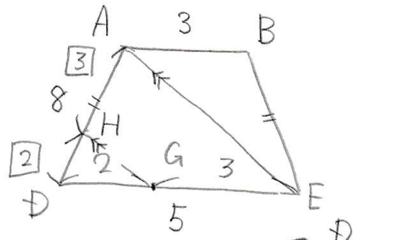
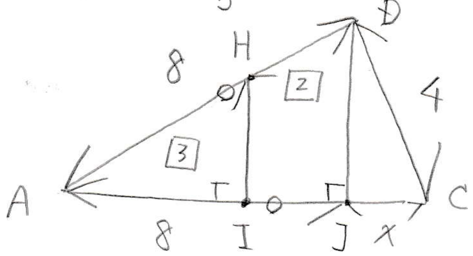
2019年 大阪府 数学C

3の続き

(1) ② 右図で $AH = \frac{3}{5} \times 8 = \frac{24}{5}$ cm 答



③ 点DからACに引いた垂線との交点をJとする



△ADJと△CDJにおいて、

$DJ^2 = AD^2 - AJ^2 = 8^2 - (8-x)^2$

$DJ^2 = CD^2 - CJ^2 = 4^2 - x^2$

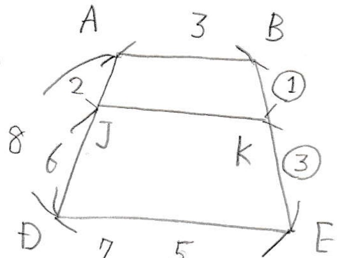
よって、 $8^2 - (8-x)^2 = 4^2 - x^2$

$x = 1$

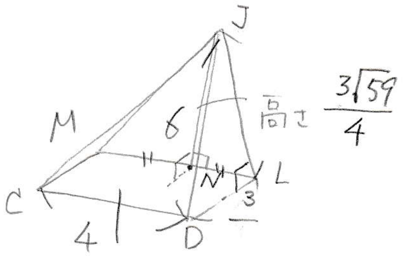
ゆえに、 $DJ = \sqrt{CD^2 - JC^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$

$IJ = \frac{3}{5} \times DJ = \frac{3\sqrt{15}}{5}$ cm

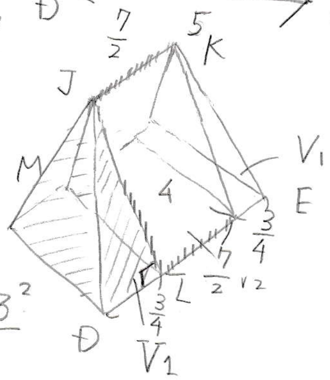
(2) ① 右図において、 $JK = 5 - 2 \times \frac{3}{4} = \frac{7}{2}$ cm



② 立体を右図のように V_1 2コと V_2 1コに分割する.



底面積 3 cm^2



$JL = \sqrt{JD^2 - DL^2}$

$= \sqrt{6^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{9\sqrt{7}}{4}$

注 $\frac{(6 \times 4)^2 - 3^2}{4^2} = \frac{3^2 \times 8^2 - 3^2}{4^2}$ と変形

$JN = \sqrt{JL^2 - NL^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{9\sqrt{7}}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{9^2 \times 7 - 3^2 \times 2^2}}{4}$

$= \frac{3 \times \sqrt{9 \times 7 - 2^2}}{4} = \frac{3\sqrt{59}}{4}$

$V_1 = 3cm^2 \times \frac{3\sqrt{59}}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3\sqrt{59}}{4}$ cm^3

$V_2 = \left(\frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{4} \times \frac{3\sqrt{59}}{4}\right) cm^2 \times \frac{7}{\cancel{2}} = \frac{21\sqrt{59}}{4}$ cm^3

ゆえに、立体JK-CDEF $= 2 \times V_1 + V_2 = \frac{27\sqrt{59}}{4}$ cm^3

2018年　大阪府　数学C

1. (1) $\dfrac{5a-2b}{4}-\dfrac{3a-7b}{5}=\dfrac{5(5a-2b)-4(3a-7b)}{20}=\underline{\dfrac{13a+18b}{20}}$

(2) $\dfrac{1}{6}a^2b\times a^3b^2\div\left(-\dfrac{1}{2}ab\right)^2=\dfrac{1}{6}a^5b^3\div\left(\dfrac{1}{4}a^2b^2\right)=\dfrac{2}{3}a^3b$

$a=-3,\ b=\dfrac{1}{4}$ を代入 $=\dfrac{2}{3}\times(-3)^3\times\dfrac{1}{4}=\underline{-\dfrac{9}{2}}$

(3) $(3\sqrt{3}+\sqrt{2})(3\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{6}-4)^2$

$=(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2-(6-8\sqrt{6}+16)=\underline{3+8\sqrt{6}}$

(4) $x=1,\ y=-3$ を与式に代入、

$a-3b=-11$ —①

$-3a+b=17$ —②

①×3+②より、

$-8b=-16$

$\underline{b=2},\ \underline{a=-5}$

(5)

Aの組合せ	B
(1,4)	3
(1,5)	7
(4,5)	9

(全体)$=3\times3=9$通り

左図より、

$c=1$ または $c=3$

×1, 4, 3 (a c b)　○1, 5, 3 (a c b)　○4, 5, 3 (b c a)

○1, 4, 7 (a b c)　×1, 5, 7 (a b c)　×4, 5, 7 (a b c)

×1, 4, 9 (a b c)　○1, 5, 9 (a b c)　×4, 5, 9 (a b c)

よって、$\underline{\dfrac{4}{9}}$

(6) 差をxとすると、平均値の差は $\dfrac{x}{20}=+0.1$ なので $x=2$

訂正前後で2冊増えている。

訂正後の中央値は7.5冊。

	中央値	
5→7	7.5	
6→8	8	
7→9	8	
× 8→10	7.5	範囲が変わるので不適

よって、$\underline{5冊}$から$\underline{7冊}$に訂正

あ　い

(7) $a=10m+2n-1$, $b=(2n-1)\times10+m$　$(m=1,2,3,\cdots,9)$ $(n=1,2,3,4,5)$

$a+b=11m+22n-11$

$20\leqq\dfrac{a+b}{8}\leqq21$ より、

$160\leqq a+b\leqq168$

$n\leqq5$ より、$m=6\sim9$ で考える。

$m=6$ では $66-11+22n=22n+55$

$n=5$ で 165 で適する

$m=7$ では、$77-11+22n=22n+66$

適するnはない

$m=8$ では、$88-11+22n=22n+77$

$n=4$ で 165 で適する

$m=9$ では、$99-11+22n=22n+88$

適するnはない

したがって、

$a=\underline{69},\ \underline{87}$

(8)

EとDの座標を求めると、

$E(t, \frac{2}{3}t+\frac{4}{3})$, $D(t, \frac{4}{3}t)$ なので、

$DE = (\frac{2}{3}t+\frac{8}{3}) - \frac{4}{3}t = \frac{8}{3} - \frac{2}{3}t$

高さ $= 4-t$

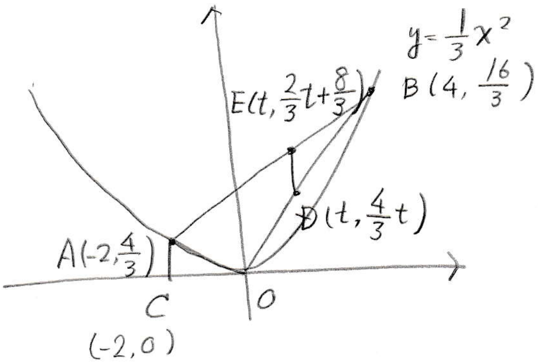
一方、$\triangle OAC = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

$\triangle BED = 2\triangle OAC$ より、

$\frac{1}{2} \times (4-t) \times (\frac{8}{3} - \frac{2}{3}t) = 2 \times \frac{4}{3}$

$\frac{1}{2}(4-t) \times \frac{2}{\cancel{3}}(4-t) = \cancel{2} \times \frac{4}{\cancel{3}}$

$(t-4)^2 = 8$



$t-4 = \pm 2\sqrt{2}$

$0 < t < 4$ より

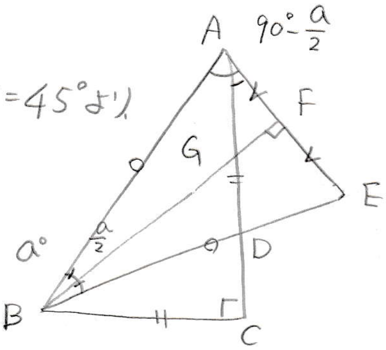
$t = 4-2\sqrt{2}$

2. (1) $\angle ABF = \frac{a}{2}$, $\angle BAF = 90° - \frac{a}{2}$, $\angle BAC = 45°$ より

$\angle GAF = \angle BAF - \angle BAC = 45° - \frac{a}{2}$

ゆえに、$\angle AGB = \angle GAF + \angle AFG$

$= 135° - \frac{a}{2}$ 度



(2) ① 省略 (△AGFと△ACEに中点連結定理)

② $GF = x$ とすると、△BAFと△AGFにおいて、

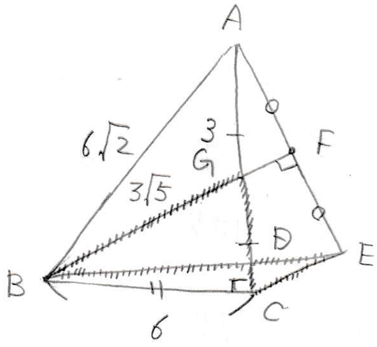
$AF^2 = (6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{5}+x)^2$

$AF^2 = 3^2 - x^2$

よって、$72 - (45 + 6\sqrt{5}x + x^2) = 3^2 - x^2$

$\cancel{6\sqrt{5}}x = \cancel{18}\ 3$

$x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$、 $GF = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ cm



③ $CE = 2GF = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

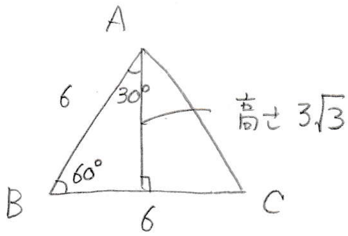
$\triangle BDC \backsim \triangle EDC$ より、$CD : DG = CE : GB = \frac{\overset{2}{\cancel{6\sqrt{5}}}}{5} : \cancel{3\sqrt{5}} = 2 : 5$

すると、$\triangle BDG = \frac{DG}{CG} \times \triangle BCG = \frac{5}{7} \times (\frac{1}{2} \times 3 \times 6) = \frac{45}{7}$ cm^2

ゆえに、$\triangle ABD = \triangle AGB + \triangle BDG = \frac{108}{7}$ cm^2

3.

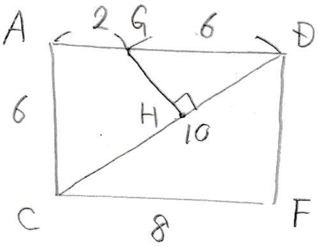
(1) ① 右図より　$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\ cm^2$



② $\triangle ACD \backsim \triangle HGD$ で相似比は $3:5$

よって、$GH = \frac{3}{5} \times 6 = \frac{18}{5}$ cm

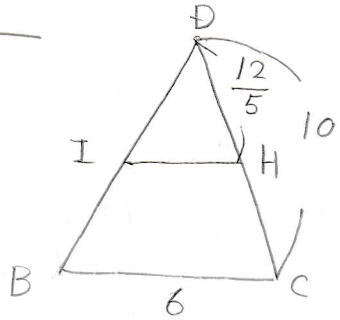
③



$HD = \frac{3}{5} \times 8 = \frac{24}{5}$

右図で $\triangle DIH \backsim \triangle DBC$ より

$IH = \frac{HD}{CD} \times BC = \frac{\frac{24}{5}}{10} \times 6 = \frac{72}{25}$ cm



(2) ① 図1において

$6^2 - (2+x)^2 = 5^2 - x^2$

$36 - (4 + 4x + \cancel{x^2}) = 25 - \cancel{x^2}$

$x = \frac{7}{4}$

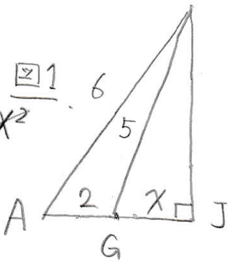


図1

ゆえに、$GJ = \frac{7}{4}$ cm.

② 右図において、V_1 と V_2 は底面 $\triangle BCJ$ を共通とし、高さは GJ，JD である

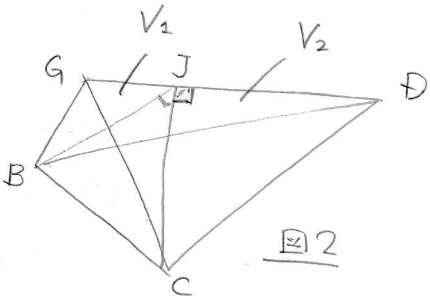


図2

$JC = \sqrt{GC^2 - GJ^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{7}{4}\right)^2} = \frac{3\sqrt{39}}{4}$

図3において、

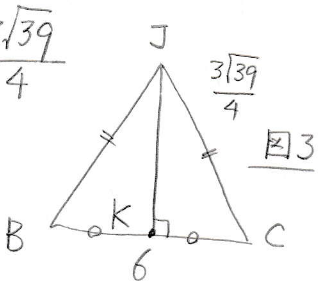


図3

$JK = \sqrt{JC^2 - KC^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{39}}{4}\right)^2 - 3^2} = \frac{3\sqrt{23}}{4}$

すると、$\triangle BCJ = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{3\sqrt{23}}{4} = \frac{9\sqrt{23}}{4}$

よって、立体 $GBCD = V_1 + V_2 = \triangle BCG \times (GJ + JD) \times \frac{1}{3}$

$= \frac{\overset{3}{\cancel{9}}\sqrt{23}}{4} \times (8-2) \times \frac{1}{\cancel{3}} = \frac{9\sqrt{23}}{2}\ cm^3$

2017年　大阪府　数学C

1. (1) $\left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2 \times (-2a^4b) \div \frac{1}{6}(a^2b)^3$

$= \frac{1}{9}a^2b^4 \times (-2a^4b) \times 6 \div (a^6b^3) = \underline{-\frac{4}{3}b^2}$

(2) $\frac{(3\sqrt{2}+2)(3\sqrt{2}-2)}{\sqrt{6}} - \left(\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right) = \frac{\sqrt{6}}{6}\left\{(3\sqrt{2})^2 - 2^2\right\} - \left(\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

$= \frac{14\sqrt{6}}{6} - \frac{5\sqrt{6}}{6} = \underline{\frac{3\sqrt{6}}{2}}$

(3) $ab^2 - 2ab - 2b + 4 = ab(b-2) - 2(b-2) = \underline{(b-2)(ab-2)}$

(4) $(x-29)^2 - 3(x-30) - 31 = 0$

$(x-29)^2 - 3\{(x-29)-1\} - 31 = 0$

$(x-29)^2 - 3(x-29) - 28 = 0$

$\{(x-29)-7\}\{(x-29)+4\} = 0$　ゆえに、$\underline{x = 25, 36}$

$(x-36)(x-25) = 0$

(5)

	お菓子	ジュース
1日目	xコ	yコ
2日目	$128-x$コ	$= 240-y$コ
あまり	12コ	0コ
計	140コ	240コ

2日目はセット販売なので、

$128 - x = 240 - y$

$x - y = -112$ —①

2日合計売上が30560円なので

$10\cancel{0}x + 8\cancel{0}y + 16\cancel{0}(240-y) = 3056\cancel{0}$

$5x - 4y = -392$ —②

①×5 −②より、$-y = -560 + 392 = -168$

ゆえに、$\underline{y = 168}$、$\underline{x = 56}$

(6) $a+b$が偶数のとき、

(i) aとbがともに偶数

(ii) aとbがともに奇数

の場合がある

全体の数は ${}_8C_2 = 28$通り

$1+2+3+\cdots+8 = 36$

(i)の場合

$8\times6 = a$, $b = 36-(8+6) = 22$

$8\times4 = a$, $b = 36-(8+4) = 24$

$8\times2 = a$, $b = 36-(8+2) = 26$

$6\times4 = a$, $b = 36-(6+4) = 26$

の4通り

(ii)の場合

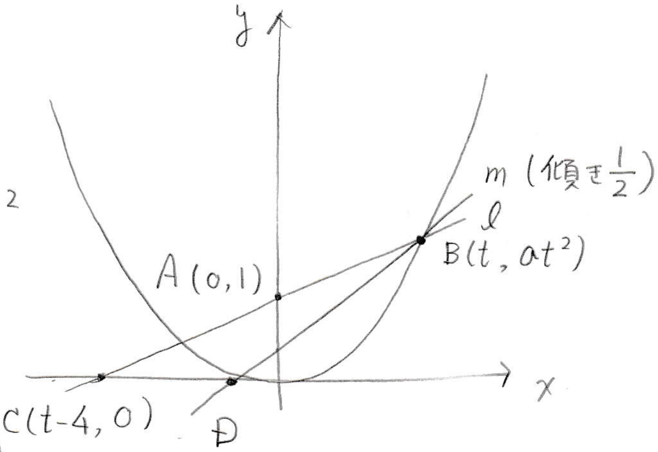
aが奇数であるためには必ず2数は奇数である必要がある。

ところが、2つの奇数をとるとbは必ず偶数となり不適

よって、(i), (ii)より　確率 $\frac{4}{28} = \underline{\frac{1}{7}}$

(7) mの方程式は、

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}t+at^2$$



$y=0$とすると、Dのx座標 $x_D=t-2at^2$

条件より、 $x_D=x_B-3$

よって、 $2at^2=3$ −①

また、(CAの変化の割合)=(ABの変化の割合)

$$\frac{1-0}{0-(t-4)}=\frac{at^2-1}{t-0}$$

$$t=(at^2-1)(4-t) \quad -②$$

①より $at^2=\frac{3}{2}$ を②に代入、

$$t=\frac{1}{2}(4-t)$$

$$t=\frac{4}{3}$$

ゆえに、$a=\frac{3}{2}\times\frac{1}{t^2}=\underline{\frac{27}{32}}$

(8) $\frac{n+110}{13}$ と $\frac{240-n}{7}$ が自然数となることから、$20\leqq n\leqq 233$の範囲で

$n+110$が13の倍数かつ、$240-7$が7の倍数となるものを探す

$$n=13a+20=7b+23 \quad (a, b\geqq 0)$$

$$\begin{array}{rl} & 13a-7b=3 \\ -) & 13\times(-3)-7\times(-6)=3 \\ \hline & 13(a+3)=7(b+6) \end{array}$$

よって、 $a=7\ell-3$ と書ける。

$$n=13a+20=13(7\ell-3)+20$$

$$=91\ell-19\leqq 233$$

これを満たすℓは、$\ell=1, 2$のみ

ゆえに、$\underline{n=72, 163}$

2. (1) 省略

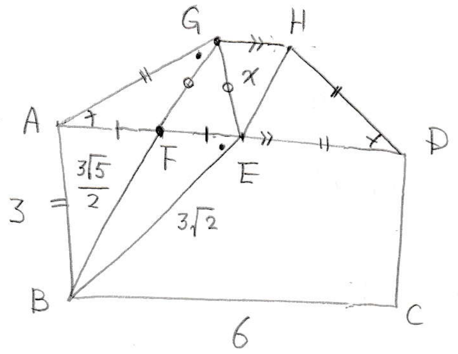
(2) ① △EFB∽△GEBより、GE=xとおくと、

GE : FE = BE : BF

$x : \frac{3}{2} = 3\sqrt{2} : \frac{3\sqrt{5}}{2}$

$\frac{\cancel{3}\sqrt{5}}{\cancel{2}}x = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}\sqrt{2}}{\cancel{2}}$

$x = \text{GE} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$ cm



② GH∥ADより、∠HGE=∠GEA。また二等辺三角形なので、

△AGE∽△EGH

したがって、AE : GE = EG : GH

$3 : \frac{3\sqrt{10}}{5} = \frac{3\sqrt{10}}{5} : \text{GH}$

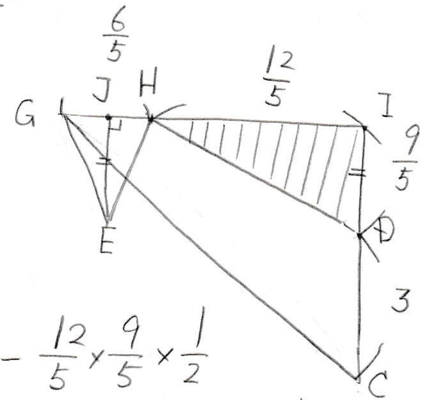
$3\text{GH} = \frac{18}{5}$ ゆえに、GH = $\frac{6}{5}$ cm

$\frac{18}{5}$

③ 右図で、IH = $\frac{1}{2}$(AD − GH) = $\frac{12}{5}$

また、ID = EJで、

$\text{EJ} = \sqrt{\text{GE}^2 - \text{GJ}^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{10}}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}$



よって、四角形GCDH = △GCI − △HDI

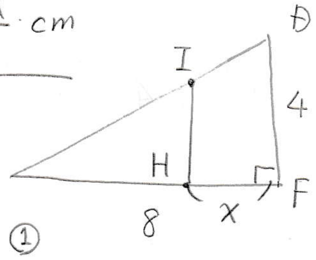
$= \left(3 + \frac{9}{5}\right)\left(\frac{6}{5} + \frac{12}{5}\right) \times \frac{1}{2} - \frac{12}{5} \times \frac{9}{5} \times \frac{1}{2}$

$= \left(\frac{18}{5} + \frac{36}{5} + \frac{54}{25} + \cancel{\frac{9}{5} \times \frac{12}{5}}\right) \times \frac{1}{2} - \cancel{\frac{12}{5} \times \frac{9}{5} \times \frac{1}{2}}$

$= \frac{54 \times 6}{25} \times \frac{1}{2} = \frac{162}{25}$ cm^2

3.

(1) ① $IH = DF \times \dfrac{EH}{EF} = 4 \times \dfrac{8-x}{8} = \underline{\dfrac{8-x}{2}\ \text{cm}}$



② 四角形 $IHFD = \triangle BEF \times \left(1 - \dfrac{EH^2}{EF^2}\right)$

$= 16\left\{1 - \dfrac{(8-x)^2}{8^2}\right\} = \dfrac{16x - x^2}{4}$ - ①

四角形 $CGHF = \dfrac{1}{2}\{(8-x)+x\} \times 4 = 16$ - ②

② = ① × 2 より

$16 = 2 \times \dfrac{16x - x^2}{4}$

$x^2 - 16x + 32 = 0$

$0 < x < 8$ より. $\underline{x = 8 - 4\sqrt{2}}$

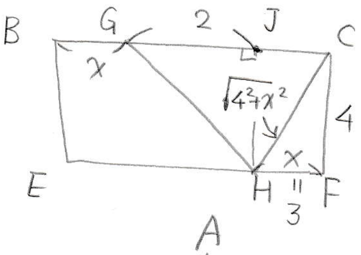
(2)

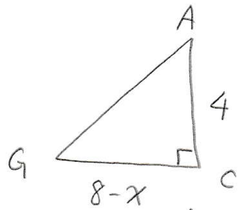
$AG = AH$ より. $AG^2 = AH^2$

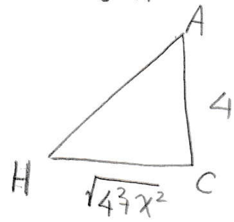
$\cancel{4^2} + (8-x)^2 = \cancel{4^2} + (4^2 + x^2)$

$64 - 16x = 16$

$x = 3$

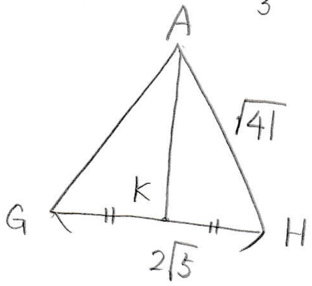






すると. $GJ = 8 - 3 - 3 = 2$

$GH = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$



$AK = \sqrt{AH^2 - KH^2} = \sqrt{41 - (\sqrt{5})^2} = 6$

よって. $\triangle AGH = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 6 = \underline{6\sqrt{5}\ \text{cm}^2}$

(3) Lから平面ACFDへ下した垂線との交点をNとして.

$LN = a$ とおとて.

$\triangle AHD \backsim \triangle ALN$ より

$LM = 2a$ と書ける.

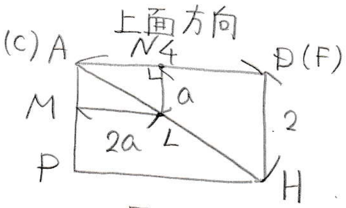


図1

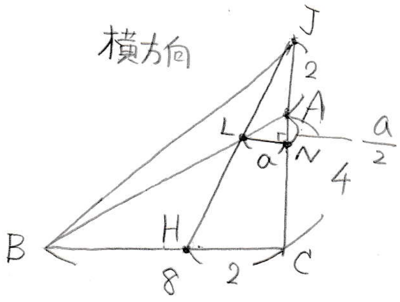


図2

図2において. $AN = \dfrac{AC}{BC} \times LN = \dfrac{a}{2}$

$JN = \dfrac{JC}{HC} \times LN = 3a$

$JC = (JN - AN) + AC$ より

$6 = \left(3a - \dfrac{a}{2}\right) + 4$

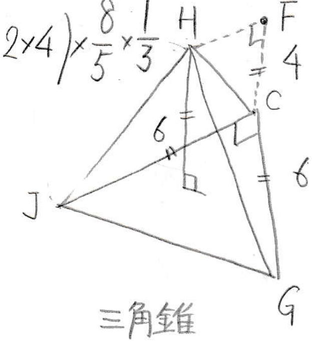
$a = \dfrac{4}{5}$ ゆえに. $LM = 2a = \underline{\dfrac{8}{5}\ \text{cm}}$

② 立体AKL−CGH＝三角錐J−CGH−三角錐J−AKL

$=\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times4\times\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{2}\times2\times4\right)\times\frac{8}{5}\times\frac{1}{3}$

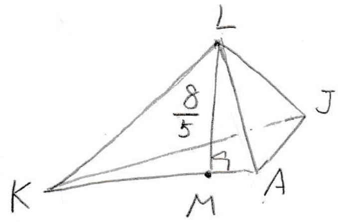
$=24-\frac{32}{15}$

$=\frac{328}{15}$ cm^3



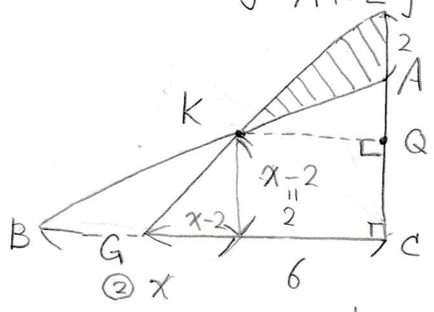
三角錐

J−CGH



三角錐

J−AKL



$x-2=x\times\frac{1}{2}$

$x=4$