第8回復習用問題

2020.3.16

問題1.　挙動を分析したい対象全体のことを”系(system)”といい、系を構成する小単位を”要素(element)”という。あらゆる系は要素を直列または並列に接続することで表すことができる。
系の入力に対する出力の応答特性を調べるときには伝達関数を、また周期的に振動する入力に対する周波数応答を調べるときには周波数伝達関数が便利である。
下記は系の応答を分析するときの手順である。空欄に当てはまる語句や記号などを語群から選び埋めなさい。

系

手順1.　系に成り立つ ① を立てる

② 変換

文字の種類

③ → ④

系の解が知りたいとき

伝達関数 $G(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)}$ にする → 出力 $Y(s)$ について解く

⑤ 変換

文字の種類

④ → ③

系の解 $y(t)$

周期数応答を知りたいとき

文字の種類

④ → ⑥

周波数伝達関数 $G(j\omega)$ にする

入力に対しての出力の大きさを知りたいとき

⑦ $(= 20\log_{10}|G(j\omega)|)$ を計算して、横軸をω、縦軸を ⑦ とする平面に図示する。

$|G(j\omega)|$ は $G(j\omega)$ の ⑧ である。

⑦ 図は ⑨ であるので図は直線状になる。

入力に対しての出力のずれを知りたいとき

⑩ $(= \arg G(j\omega))$ を計算して、横軸をω、縦軸を ⑩ とする平面に図示する。

$\arg G(j\omega)$ は $G(j\omega)$ を極形式で表したときの ⑪ である。

⑩ 図は $\tan\emptyset$ の逆関数なので、$\tan\omega$ を $y = x$ に関して対称移動すると描くことができる。

語群

方程式　微分方程式　ｓ　ｔ　ω　jω　フーリエ　線形　ラプラス
逆ラプラス　写像　位相　偏角　動径　絶対値　ゲイン
通常目盛図　片対数プロット図　両対数プロット図

問題2.　系の伝達関数 $G(s)$ が下式で与えられる系について次の問に答えなさい。

$$G(s) = s \cdot \frac{1}{2s+1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{100}s+1}$$

(1)周波数伝達関数 $G(j\omega)$ を求めなさい。(分母の実数化はしなくてもよいとする)

(2)　$G_1(s) = s\,, G_2(s) = \dfrac{1}{2s+1}, G_3(s) = \dfrac{1}{\frac{1}{100}s+1}$ として、それぞれの要素に周波数入力を加えたときの、ゲイン $g = 20\log_{10}|G(j\omega)|$ と位相 $\varphi = \arg G(j\omega)$ を計算しなさい。

(3)　(2)の結果をボード線図に図示しなさい。

(4)　複素数と対数の計算の性質を使うことで系のボード線図を図示することができる。すなわち、

$$g = 20\log_{10}|G(j\omega)| = 20\log_{10}|G_1(j\omega)| + 20\log_{10}|G_2(j\omega)| + 20\log_{10}|G_3(j\omega)|$$

$$= g_1 + g_2 + g_3$$

$$\varphi = \arg G(j\omega) = \arg G_1(j\omega) + \arg G_2(j\omega) + \arg G_3(j\omega)$$

$$= \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$$

である。上記の性質と(3)の結果を利用して系のボード線図を図示しなさい。

問題3.　次の3元一次連立方程式を解きなさい。

（1）

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 5 \\ 4x + 4y - 3z = 3 \\ -2x + 3y - z = 1 \end{cases}$$

（2）

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 3 \\ x - y + 3z = 4 \\ 2x + 3y - 5z = 1 \end{cases}$$